

Мельников Ю.Б., Дергачев Е. А., Евдокимова Д.А., Русакова А.Г.,  
Серегин А.В., Стараданов А.В., Успенский Д.А.

Melnikov Yu.B., Dergachev E.A., Evdokimova D.A., Rusakova A.G., Seregin A.V.,  
Staradanov A.V., Uspensky D.A.

## **МОДЕЛИ-ПОЛИАДЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ**

## **THE MODELS-POLIADAS AND THEIR APPLICATION IN MATHEMATICAL EDUCATION**

*UriiMelnikov58@gmail.com*

*Уральский государственный экономический университет  
г. Екатеринбург*



*Рассматриваются системы моделей, называемые моделями-полиадами. Компонентами модели-полиады (в частности, модели-диады, модели-триады) являются различные модели некоторого объекта-прототипа, описывающие одни и те же его особенности, причем обмен информацией между компонентами модели-полиады, происходящий без искажения этой информации. Приведены примеры моделей-полиад, в частности, показано, что в виде моделей-полиад представлены векторная алгебра, алгебра комплексных чисел и др. Выделены преимущества изучения объектов, представленных в виде моделей-полиад, и особенности обучения в случае, когда изучаемые объекты представлены в виде моделей-полиад.*

*Considered systems of models, called models-polyads. Components of the model-polyads are various models of a prototype object, describing the same its properties, and the exchange of information between the components of the model-polyads occurring without distorting the information. The examples of models-polyads, in particular, shows that in the form of models-polyads are the algebra of geometric vectors, algebra of complex numbers, etc. There are highlights the benefits of studying the objects in the form of models-polyads, and especially in the case of training, when the objects under study are presented in a models-polyads.*

С одной стороны, под **моделью** понимается результат абстрагирования при исследовании моделируемого объекта. При этом исследователь выделяет свойства и характеристики, наиболее существенные с точки зрения целей исследования, и осуществляет абстрагирование от всех остальных особенностей исследования объекта. С другой стороны, например, в теории моделей (область математической логики) термин «модель» означает результат **конкретизации теории**. С этой точки зрения **модель теории** – это объект, для которого выполняются все теоремы этой теории. Математические модели не описывают непосредственно реальную действительность, они представляют собой отражение специальных «предметных моделей»: экономических, физических и т.д.

Под полимодельностью мы будем понимать свойство неоднозначности результатов моделирования, т.е. наличие различных моделей одного и того же объекта, причем некоторые из этих моделей могут описывать одно и то же свойство прототипа. В этом случае обычно формируется система передачи информации непосредственно между образами, см. рис. 1. В случае, если передача информации осуществляется с достаточно высоким уровнем адекватности, мы будем говорить о системе образов как о **модели-полиаде**, в частности, о **модели-диаде** или **модели-триаде**.

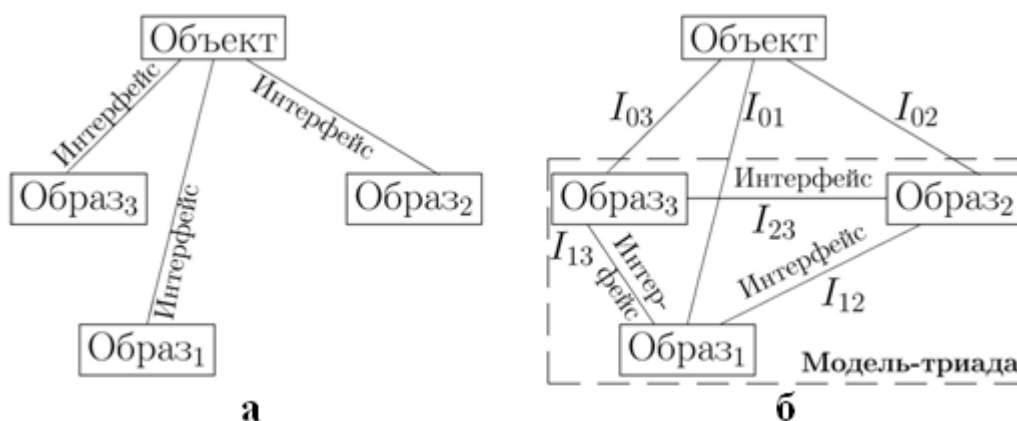


Рис. 1. К понятию «модель-полиада»

Как показали Ю.Б. Мельников [1] и Е.В. Немолодышева, векторную алгебру можно рассматривать как модель-триаду, составляющими которой являются векторно-геометрическая модель (оперирующая с направленными отрезками), векторно-символическая модель (носитель которой состоит из выражений вида  $\vec{a} + 2\vec{b} \perp \vec{a}$ ,  $2\vec{p} = \vec{q} - \vec{r}$  и т.п.), координатная модель (в которой рассматриваются строки координат и их компоненты). Если нас интересует только описание работы алгоритма с точностью до логической эквивалентности, то алгоритм можно представить в виде модели-триады с компонентами в виде:

- 1) словесного описания алгоритма;
- 2) блок-схемы алгоритма;
- 3) программной реализации на алгоритмическом языке высокого уровня.

Программу можно представить в виде кода на языке высокого уровня, языке ассемблера, в машинном коде. Музыкальное произведение, рассматриваемое без учета индивидуальных особенностей исполнителя, можно представить в виде нотной записи, в одном из форматов компьютерного представления музыки на некотором носителе (жестком диске, флеш-памяти, компакт-диске или DVD), в виде записи на виниловой пластинке или на магнитофонной ленте. Сюжет художественного произведения можно представить в виде системы моделей: литературного текста (повесть, рассказ, роман), в стихотворной форме (стихотворение, поэма), музыкального произведения (опера, оперетта), фильма и др.

Отнесение системы моделей к моделям-полиадам во многом определяется тем, как определяется адекватность передачи информации, т.е. адекватность модели (поскольку в теории моделирования информация представляет собой модель). Адекватность модели определяется сравнением оцениваемой модели с эталонной моделью, см. рис. 2. Отметим, что, во-первых, эталонная модель обычно отличается от прототипа и, во-вторых, термин «эталонная» не означает «качественная», «хорошая», «точная», утверждается лишь, что эта модель выбрана как основа для сравнения, оценивания модели.

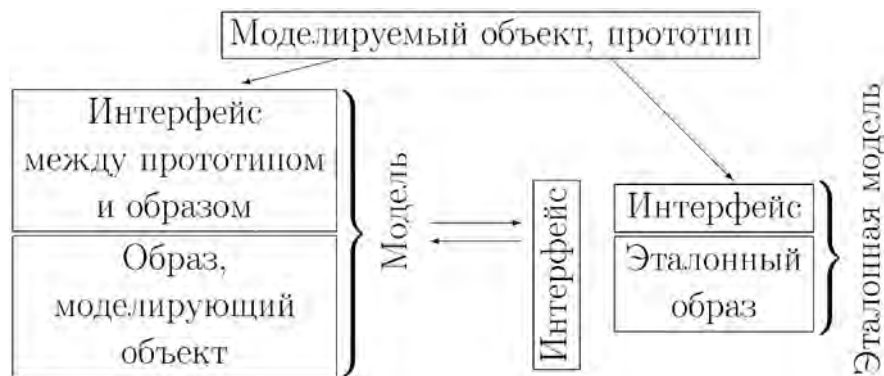


Рис. 2. К понятию «адекватность модели»

Адекватность обмена информацией между компонентами модели-полиады может оцениваться по-разному. Например, рассмотрим систему моделей алгебры комплексных чисел, состоящую из комплексной плоскости и алгебры много членов вида  $a+bj$  с дополнительным отношением  $j^2 = -1$ . Тогда утверждение  $|\vec{a\vec{i}} + b\vec{j}| = 5$  может быть представлено алгебре многочленов в виде  $(a+bj) \cdot \overline{a+bj} = 25$ , что с помощью «обратного перевода» может быть представлено в виде  $(\vec{a\vec{i}} + b\vec{j}, \vec{a\vec{i}} + b\vec{j}) = 25$ . Таким образом, если адекватным считать только дословное воспроизведение исходной формулы  $|\vec{a\vec{i}} + b\vec{j}| = 5$ , то полученный результат  $(\vec{a\vec{i}} + b\vec{j}, \vec{a\vec{i}} + b\vec{j}) = 25$  следует признать неадекватным. Но если нас интересует не форма высказывания, а его содержание, то в силу равносильности исходной и конечной формул данный обмен информацией можно считать адекватным. Таким образом, систему моделей алгебры комплексных чисел, состоящую из комплексной плоскости и алгебры многочленов вида  $a+bj$  с дополнительным отношением  $j^2 = -1$ , можно трактовать как модель-диаду только в случае, когда мы требуем равносильности исходного утверждения и утверждения, полученного последовательным применением перевода на язык другой модели и последующего возвращения к исходной модели. Если же адекватность перевода считается адекватной только при получении формулы, дословно совпадающей с исходной, то данное представление алгебры комплексных чисел нельзя считать моделью-диадой.

Полимодельность, частным проявлением которой являются модели-полиады, обусловлена рядом следующих факторов:

- 1) основным фактором, влияющим на выбор и использование нескольких моделей, является система целей, которую преследует исследователь, осуществляющий процесс моделирования;
- 2) важным фактором является исследовательский аппарат, доступный исследователю;
- 3) существенной является система субъективных факторов: личность исследователя, готовность общества к генерации новых идей, их восприятию и реализации;
- 4) исключительно важным является системный фактор, включающий в себя уровень развития науки и техники.

Использование моделей-полиад обеспечивает следующие преимущества:

- 1) модели-полиады представляют большие возможности для исследователя и для процесса обучения;
- 2) модели-полиады обеспечивают дополнительные средства и методы контроля адекватности результатов исследования, поскольку использование моделей-полиад позволяет в рамках одного исследования использовать аналитический аппарат существенно различных теорий и обогатить набор эталонных моделей (см. рис. 2);
- 3) модели-полиады позволяют улучшить контроль процесса и результатов обучения.

С дидактической точки зрения процесс обучения в случае, когда изучаемый объект представлен в виде модели-полиады, имеет следующие особенности. Во-первых, следует особое внимание уделить, формированию умения использовать интерфейсы  $I_{pq}$  (см. рис. 1) для обмена информацией между компонентами. Во-вторых, как показывает опыт, особые трудности у обучаемых вызывает оценивание адекватности передачи информации между компонентами модели-полиады. В-третьих, популярный прием отождествления компонент модели-полиады можно применять только после того, как обучаемые усвоят особенности каждой из этих компонент (выразительные возможности соответствующего языка, потенциал аналитического аппарата) и научатся осуществлять корректный обмен информацией между компонентами модели-полиады.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мельников, Ю.Б. Алгебра и теория чисел. Изд-е 4-е, испр. и доп. [Электронный ресурс] / Ю. Б. Мельников. – Издательство УрГЭУ, Екатеринбург, 2010 г. – Режим доступа: <http://lib.usue.ru/resource/free/12/MelnikovAlgebra4/index.html>.